Consumo y Bienestar: la Función de Utilidad

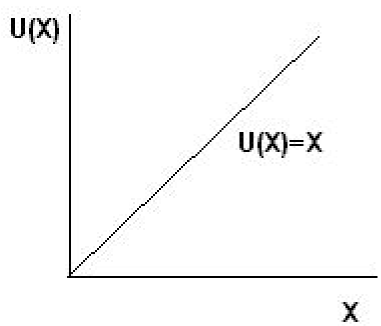
Augusto Rufasto
arufast@yahoo.com-rufasto@lycos.com
www.geocities.com/arufast-http://rufasto.tripod.com

El bienestar depende del nivel de consumo

Las familias buscan incrementar su consumo de bienes constantemente. En realidad, se comprueba que el caso general corresponde a una relación positiva entre el consumo de bienes y el nivel de bienestar. Podemos tipificar eso con una relación matemática lineal, como la siguiente:

$$U(X) = X$$

El gráfico de esta función es:



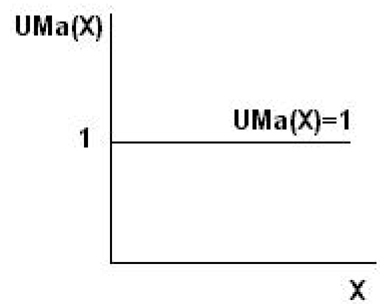
Esta relación simple indica que el aumento del consumo lleva a incrementos constantes en el bienestar. Analicemos el valor unitario promedio de la utilidad, UMe(X). Éste tomará la forma:

$$UMe(X) = \frac{U(X)}{X} = 1$$

El valor de UMe(X) es constante, e igual a 1. Esto es lo mismo que decir que el rendimiento unitario del consumo de bienes es constante e igual a 1. Analicemos ahora otra medida del valor unitario, esta vez el valor unitario en el margen. El valor unitario en el margen está definido como la derivada de una función respecto a su variable. El valor unitario en el margen o valor unitario marginal de la utilidad responde a la expresión:

$$UMa(X) = \frac{\partial U(X)}{\partial X} = 1$$

También el valor unitario en el margen de la utilidad (denominado en adelante sólo “utilidad marginal”) es una magnitud constante, e igual a 1. Decimos que el rendimiento en utilidad (o satisfacción, o bienestar) de una unidad consumida adicional es constante, e igual a 1. Veamos el gráfico de esta función:



El rendimiento unitario en bienestar del nivel de consumo de los bienes muestra ser constante tanto en una medición del valor promedio de la utilidad como en una medición del valor marginal de la utilidad.

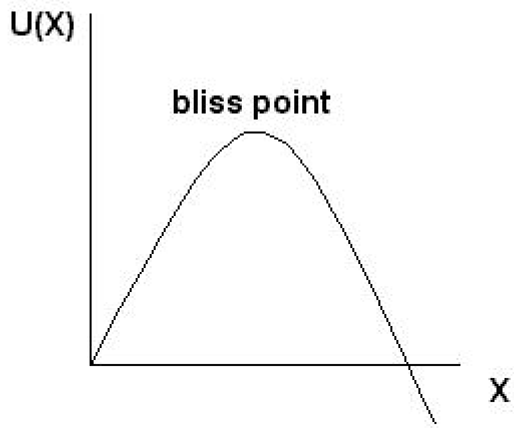
Aproximación más realista al consumo: rendimiento unitario decreciente del consumo

Ahora podemos introducir un cuestionamiento al enfoque presentado líneas arriba. Ello porque encontramos que algunos bienes no producen incremento constante en el consumo. Tenemos dos ejemplos:

- Bienes como el licor, con un nivel máximo de rendimiento
- Bienes corrientes (como agua y alimentos) con rendimiento unitario decreciente en el consumo

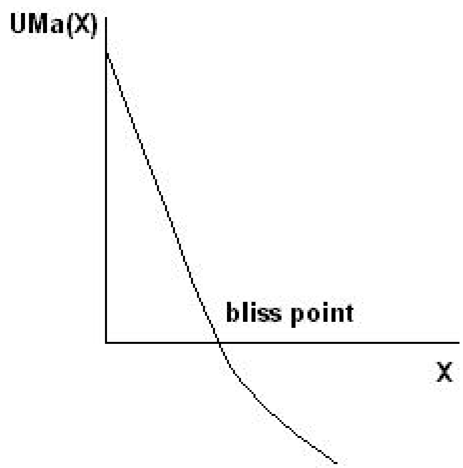
<u>Bienes tipo licor y Bliss Point o Clímax</u>

Los bienes tipo licor se caracterizan por tener un rendimiento unitario marginal irregular en el consumo. El rendimiento marginal del consumo de un bien es la utilidad marginal generada por una unidad de consumo del bien. Un consumidor de whisky encuentra que los primeros vasos de licor le generan bienestar alto. El consumo intermedio de vasos le genera un bienestar mediano y los últimos vasos de whisky le pueden generar bienestar negativo, es decir, malestar.



Como se ve, en en el nivel de consumo que es el bliss point (también conocido como "clímax"), la satisfacción o bienestar en el consumo es máxima. Luego de llegar a un nivel de consumo determinado, la curva de satisfacción atraviesa el eje de abscisas para llevar el bienestar a niveles negativos, es decir, a tornarse en malestar.

Ahora veamos el comportamiento de la utilidad marginal, que es el rendimiento unitario del consumo en el margen:



El bliss point está asociado a un nivel de utilidad marginal igual a cero:

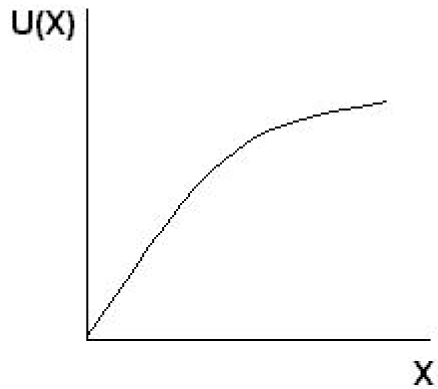
$$UMa(X) = 0$$

Esto implica que el incremento de consumo no conlleva a un incremento en el bienestar, para el caso de un bien como el licor. A la derecha del bliss point, incrementos en el consumo lleva a reducciones del nivel de satisfacción. Si nos desplazamos más hacia la derecha, llegamos a reducir tanto el bienestar que generamos malestar, como se apreció en el gráfico anterior.

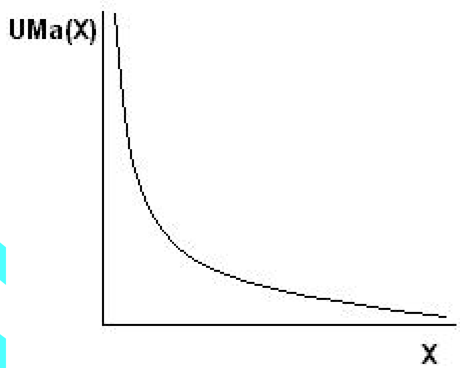
Luego, nuestra primera objeción a la perspectiva que explica que el consumo tiene rendimiento unitario constante en la utilidad

<u>Bienes típicos: agua y alimentos</u>

El agua y los alimentos tienden a tener mucho valor marginal en sus primeros consumos, pero este valor suele bajar a medida que se incrementa el nivel de consumo. Veamos la curva de la utilidad de estos bienes:



Ahora veamos su utilidad marginal:



El gráfico muestra que no existe un punto con utilidad marginal cero, ya que cero es una asíntota para nuestra utilidad marginal. Lo que tenemos, por otro lado, es que el rendimiento en utilidad de nuestro consumo se deteriora a medida que se incrementa el valor del total consumido de bienes. Aquí puede verse que el consumidor de agua valora menos los últimos consumos marginales de agua que los primeros.

Por todo esto, vemos que no es típico que incrementos en el consumo generen incrementos linealmente proporcionales en el bienestar. Entonces, una función como U(X)=X no reproduce el caso típico.

El PBI, al ser usado para medir el bienestar, establece como convención el hecho de que los incrementos en el PBI llevan a incrementos linealmente proporcionales en el consumo, y éstos llevan a su vez a generar incrementos linealmente proporcionales en el bienestar. Esta perspectiva se asienta sobre funciones del tipo U(X)=X.

La Utilidad generada por el Consumo

Las unidades domésticas no sólo consumen, también ofrecen su energía vital (o la de los factores que poseen) a los mercados de factores. Pero siempre es bueno analizar el lado del consumidor partiendo de la perspectiva de quien es básicamente el consumidor por excelencia, y éste es la unidad doméstica.

A lo largo de este capítulo veremos de qué forma un consumidor potencial reacciona con diferentes niveles deseados de consumo de bienes frente a estímulos en precios que recibe del mercado. Para realizar esta tarea será imprescindible establecer hipótesis sobre las motivaciones para el consumo que serán el motor del comportamiento de nuestro agente. En un caso, él tendrá que determinar el gasto que le producirá el nivel de bienestar que considera como mínimamente aceptable. En otro, por el contrario, hallará el bienestar máximo que podrá obtener gracias al ingreso de que dispone.

La expresión funcional de la utilidad

Las personas siguen ciertas directrices en la percepción del bienestar que les puede producir el consumo de una determinada combinación de bienes. Una de ellas es la idea de que la utilidad marginal relacionada con el consumo de un bien (o de una canasta de ellos) debe ser decreciente. Eso se vio en un capítulo anterior. Las decisiones de consumo que analizaremos aquí se basan en la comparación de dos bienes y sus respectivas bondades, sus aportes potenciales a la utilidad del consumidor. Una función de utilidad ayuda mucho en la formalización de esa comparación. Antes de explorarla a fondo así como al universo de las alternativas de decisión entre dos bienes, será necesario revisar el caso de una economía con un solo bien disponible.

Cuando sólo se consume un bien

La definición de un bien será, en adelante, un objeto susceptible de ser consumido, y que sólo nos va a dar utilidad, nunca malestar. El supuesto de utilidad marginal decreciente sigue siendo, por supuesto, válido, sólo que vamos a considerar que por más que aumente la cantidad consumida, la utilidad no llegará a ser nula (y menos aún negativa o "desutilidad").

En una economía en la que sólo hay un bien, la mejor forma de asignar nuestro ingreso monetario va a ser destinádolo íntegramente a la adquisición de ese bien. En términos más formales, podríamos decir que:

$$X^d = \frac{I}{p}$$

donde I es el nivel de ingreso de que disponemos, p es el precio del bien de la economía y X^d la cantidad que demandamos de él.

Es interesante el caso en el que nuestro ingreso se hace cero. El tratamiento formal permite que eso ocurra (aunque es bien cierto que en la vida real ningún agente podría concebir semejante escenario, o si lo hace está destinado a colapsar en poco tiempo). Creemos que el tipo de bien que mejor responde a un rango de consumo que incluya al cero no es uno de tipo básico, de primera necesidad. Será mucho más saludable suponer, para evitarnos sobresaltos, que estamos analizando el comportamiento de los bienes de lujo. Entonces el ingreso que vamos a tomar en cuenta, I, será aquél que estemos dispuestos a gastar sólo en bienes no básicos. Las unidades domésticas de nuestras economías siempre tendrán reservado un ingreso de subsistencia que van a gastar en bienes de subsistencia. No hablaremos de eso aquí.
Notemos que, sin importar la forma de nuestra función de utilidad, hemos utilizado todo nuestro dinero para comprar el bien de la economía, puesto que es único. Las cosas tendrán que cambiar un poco cuando la decisión deba tomarse entre varios bienes. Eso lo veremos a continuación.

Cuando se consume más de un bien

El concepto de utilidad marginal, que ya manejamos bastante bien, va a ser aquí de gran ayuda. Una síntesis de lo que se va a ver podría ser la siguiente : El consumidor potencial comparará las magnitudes de valor de uso en el margen con aquellas de valor de obtención en el margen que correspondan a cada uno de los bienes. El costo de obtención no es otra cosa que el precio. Estudiaremos este mecanismo y veremos los resultados a los que llegamos. Siempre tendremos que destinar hasta el último centavo de nuestros ingresos al consumo de algún bien existente en la economía. Si sólo existen varios bienes, la pregunta es ¿cuánto (¿qué porcentaje?) de nuestro ingreso servirá para adquirir uno cualquiera de los bienes?

Modelando matemáticamente la función de utilidad

Por medio de una expresión matemática, nosotros podemos decir en cuánto estimamos un bien determinado. La función de utilidad le da a pesos a todos los bienes. Por ejemplo:

$$U(X) = 5 \times X_1 + 2 \times X_2$$

Supongamos que tenemos una combinación de bienes $X=(X_1,X_2)$ como (10,7). Nuestro nivel de bienestar va a ser de 5×10+2×7=64. Cada unidad del bien 1 aportó 5 unidades de utilidad y cada unidad del bien 2 aportó 2. Es muy claro que prefiero a 1 sobre 2. Entonces, si ambos tuvieran el mismo precio y yo tuviese que elegir entre ambos, sé que tomaría a 1. Pero podemos definir otras funciones de utilidad menos simples. Veamos por ejemplo:

$$U(X) = X_1^{\frac{1}{5}} \times X_2^{\frac{3}{5}}$$

Si tuviéramos una canasta X igual a (80,100), nuestra utilidad sería de 38.073 grados de satisfacción. Pero ya no es tan fácil saber con cuánto de los 38.073 contribuyó cada unidad de 1 y cada unidad de 2. Para cada valor de la variable X_1 y de la variable X_2 será posible encontrar una contraparte en la utilidad marginal. Y, como ya dijimos, la utilidad marginal, unida al precio, servirá para apoyar la toma de la decisión de consumo.

Tipos de funciones de utilidad: algunos modelos

La utilidad puede ser modelada de infinidad de formas, aun si establecemos el requisito de que la utilidad marginal de una canasta (un conjunto de magnitudes proporcionales de todos los bienes) decrezca a medida que el nivel de consumo de la canasta aumenta. Nosotros vamos a trabajar con sólo tres tipos de función de utilidad en una clasificación que depende del grado de sustituibilidad entre los diferentes bienes. Los tres tipos serán : sustituibilidad perfecta (o complementariedad nula), sustituibilidad imperfecta (o complementariedad imperfecta) y complementariedad perfecta (o sustituibilidad nula).

Perfecta sustituibilidad entre bienes de consumo

Esta función refleja el hecho común de hallarnos frente a la opción de consumir un bien atractivo para nosotros así como a las alternativas de adquirir otras mercancías también deseables, siendo que las funciones o bondades de todas son perfectamente comparables entre sí. Es el caso de la decisión de compra entre dos camisas : una de buen algodón y barata, mientras que la otra de excelente seda, pero cara. Podemos comprar veinte camisas de algodón o diez de seda ¿qué haremos, si valoramos a la seda más que al algodón? Uno podría decir que lo ideal sería comprar las camisas de algodón, pues la cantidad adquirible es mayor. Otro diría que si la seda es más apreciada por nosotros, deberemos tomar las camisas de seda. Los ejercicios retóricos que se pueden construir aquí son innumerables, por lo que debemos agradecer la ayuda que nos prestan las aplicaciones matemáticas a través de los métodos de cálculo. Adelantaremos que este tipo de función de utilidad, enfrentada a una razón de precios determinada, nos llevará a tomar una canasta de un solo bien. Veamos el siguiente ejemplo:

$$U(X) = X_1 + X_2$$

es una función de utilidad, una expresión del valor de uso que representa para el consumidor que la detenta el consumo de una canasta o combinación X que comprende X_1 unidades de un bien conocido como el bien 1 y X_2 unidades del bien llamado 2. Si el individuo consume una canasta X (X_1,X_2) como (10,0), es decir, una combinación que incluya diez unidades del bien 1 y ninguna del bien 2, conseguirá alcanzar un bienestar de diez "útiles". Lo mismo ocurrirá si consume una de (0,10). Sustituyendo todos los bienes de tipo 1 por bienes de tipo 2, el agente mantiene su nivel de utilidad. Si sólo reemplaza la mitad de bienes de un tipo por bienes del otro, ocurre lo mismo, pues (5,5) también le da una utilidad de diez. Los dos bienes son intersustituíbles en grado máximo. Se puede demostrar que, par la función que escogimos, existe una infinidad de combinaciones entre (10,0) y (0,10) que mantienen la utilidad constante. A continuación, mostramos una unidad doméstica de funciones que se comporta de manera similar:

$$U(X) = \sum_{i=1}^{i=n} (\beta_i \times X_i)$$

<u>Mediana sustituibilidad entre bienes de consumo</u>

El caso que vamos a describir es el de bienes de sustituibilidad mediana. En una buena comida será siempre necesario que se encuentren tanto verduras como carnes. Para los propósitos de la alimentación, no obstante, podría reemplazarse una porción de vegetales por una de carne y viceversa. Lo que sí debemos respetar en cualquier caso es el hecho de que una combinación en la cual la cantidad de uno solo de los dos alimentos, carne o verdura, se haga cero. Luego tendremos ocasión de discutir lo que ocurre si ambos se hacen cero simultáneamente. Ninguna forma mejor de expresar lo hasta ahora expuesto que una función de tipo hipérbola, donde el parámetro es el producto de varias magnitudes elevadas a potencias positivas. Por todo esto, la función de utilidad con la que vamos a trabajar aquí, denominada Cobb-Douglas, es:

$$U(X) = \prod_{i=1}^{i=n} X_i^{\beta_i}$$

$$\forall i \in \{1,\ldots,n\}, \beta_i \in]0,1[$$

$$\sum_{i=1}^{i=n} \beta_i \in]0,1[$$

Definimos la variable s_j, a la que llamaremos "importancia" o "peso" en la función U(X) del componente X_j de la siguiente manera:

$$s_j = \frac{\beta_j}{\sum_{i=1}^{i=n} \beta_i}$$

Veamos de cerca a la función U(X). Para un valor cualquiera que no sea cero de la función U, encontramos que es imposible que ninguna de las variables X_i sea cero. Sólo en el caso de U igual a cero es posible afirmar que alguna de las variables tenga el valor nulo (pronto veremos que el óptimo sólo acepta que todas sean cero simultáneamente).

<u>Fucnión Leontieff: total complementariedad entre bienes</u>

Comencemos esta exposición con un ejemplo. Un auto necesita para funcionar cuatro neumáticos. Con tres no funcionará (a menos que se trate de un Citroën). Por otro lado, es imposible añadir un neumático al automóvil. Cuatro es el número justo, no más, ni menos. Si podemos comprar un auto en buenas condiciones pero con los neumáticos dañados, en razón de lo cual necesitaremos acudir también al vendedor de neumáticos, adquiriremos el auto, siempre que podamos comprar las cuatro gomas. Por otro lado, sólo compraremos los cuatro neumáticos si tenemos en perspectiva adquirir ese auto. La idea es que no podemos reemplazar un neumático por "un poco de auto", ni al auto por "tantas llantas". La proporción del consumo que da bienestar es fija. Una situación típica es, en este sentido, la del individuo que va a McDonald's y afirma que la única combinación que le da placer en el consumo es la de dos Coca-Colas por cada hamburguesa. El caso genérico es, en términos formales, el siguiente:

$$U(X) = \min\{\beta_1 \times X_1, \beta_2 \times X_2, \ldots, \beta_i \times X_i, \ldots \beta_n \times X_n\}$$

Ejemplo de problema del consumidor

Para hallar el consumo óptimo, debemos enfrentar la siguiente restricción presupuestaria:

$$G(X) = \sum_{i=1}^{i=n} p_i \times X_i$$

La utilidad depende de una canasta o "vector" X con n componentes X_i. Nuestra utilidad puede tener la siguiente forma (cuando hay intersustituibilidad completa de todos los bienes en el consumo):

$$U(X) = \sum_{i=1}^{i=n} \beta_i \times X_i$$

El problema del consumidor es encontrar el valor X que le da máxima satisfacción (máximo valor de U(X)). Formalmente, es u problema de optimización matemática:

$$\max U(X)$$
s.a.:
$$G(X) \leq I$$

Procedimiento de solución:

- Obtener todas las razones (cocientes o ratios) $\beta i / pi$
- Tomar a la mayor de ellas: $\beta j / pj = \max \{(\beta i / pi)\}$
- Hacer cero a las demás cantidades X (Xi, $i \neq j = 0$)
- Hacer máxima en términos del presupuesto a la variable cantidad del índice correspondiente, con lo que se hallará la cota superior de la cantidad consumida a un nivel de precios ($X_j^* = I / p_j$, por lo cual $X_j <= I / p_j$).

Ejemplo: Resolver:

$$\max U(X) = 2X_1 + 3X_2$$
s.a.:
$$G(X) = 5X_1 + 6X_2 \leq 200$$

Las razones a comparar son (2/5) y (3/6). Es claro que 3/6 (0.5) es mayor a 2/5 (0.4), por lo que tomaremos para X_1 el valor de cero y para X_2 el valor de 200/6, es decir 33.33. Observemos que nuestra respuesta cambia si lo hacen los precios. Por ejemplo, si los nuevos precios fueran 4 y 9, con respecto a los bienes 1 y 2, las nuevas razones serían de (2/4) y (3/9). Siendo la primera mayor a la segunda, el consumo del bien 1 sería igual a 200/2, o 100, mientras que el del bien 2 se convertiría en cero.

Hemos construido un excelente indicador de la bondad de un bien con respecto al otro. El ratio o cociente de "utilidad relativa al precio" es la razón $\boldsymbol{\beta_i/p_i}$ y representa la cualidad de un bien de ser útil sin ser demasiado caro (en términos relativos, por supuesto). Comparar sólo las utilidades de nada sirve, como veremos a continuación. En la segunda parte especificamos que nos interesaba el bien cuya utilidad relativa al precio fuese máxima.