La Perspectiva de la Empresa

Augusto Rufasto
arufast@yahoo.com-rufasto@lycos.com
www.geocities.com/arufast-http://rufasto.tripod.com

Tecnología y costo de producción

La oferta de un bien tiene que depender siempre, por fuerza, de la estructura del costo de producción del bien. Ello equivale a decir que será necesario conocer la tecnología o función de producción de un bien para saber qué criterios tiene que satisfacer la formación de los precios de oferta de él. Además de lo anterior, se tendrá que conocer la racionalidad de quien toma las decisiones de producción y oferta, el productor. Resumiendo lo dicho, si queremos saber cómo se relacionan cantidades y precios en una fórmula de oferta, necesitamos entender qué es lo que le interesa obtener al productor de la venta de la mercancía y de qué modo es posible producir a ésta. Sobre esos elementos y sus interacciones tratará este capítulo. El nombre del agente que determina la oferta puede ser productor (del bien que se va a negociar), empresa o firma.

El beneficio

En el mercado se reúnen numerosos productores y consumidores, los que tendrán que saber, entre otras cosas, qué precio tiene la mercancía que allí se negocia. Conocido el precio, los primeros decidirán la cantidad de producto a ofrecer, en tanto que los segundos, siempre que sean marshallianos (ver capítulo sobre teoría del consumidor), al haber realizado previamente una decisión de gasto, sabrán cuánto del bien podrán comprar (como máximo) para obtener un nivel óptimo de satisfacción. Del consumidor marshalliano dijimos que deseaba hacer máxima su utilidad. Nuestro productor, por su parte, observa un ingreso por la venta de artículos como un estímulo para producir-vender, además de una función de costos, una salida de dinero de la empresa, como un factor desmotivante. Es así que surge el concepto de beneficio, a saber, la diferencia positiva entre los ingresos por venta y las salidas por costo de producción. De los ingresos por venta podemos decir lo siguiente:

$$IN = p \cdot X$$

o sea que los ingresos por venta son el resultado de multiplicar el precio, p, por la cantidad producida-vendida, X. Si en el capítulo sobre teoría del consumidor consideramos un sub-índice para identificar un bien determinado entre todos los que pertenecían a la canasta o combinación de consumo del household, ahora podemos prescindir del sub-índice, pues nuestra firma productora se dedica a la producción de un único bien. A los costos de producción les llamaremos C(X). Este C(X) depende de la tecnología utilizada para la producción. Es decir que C(X) "depende de una función de la función de producción". El beneficio queda dibujado como:

$$Ben(X) = p \cdot X - C(X)$$

Esta expresión nos será muy útil.

¿Qué puede interesar a un productor?

Una primera respuesta a la pregunta título de esta sección sería, a no dudarlo, la obtención de un beneficio máximo. Ello ocurre porque la natural contraparte de la maximización de la utilidad del consumidor puede ser la maximización del beneficio para el productor. Permítaseme ahora presentar como alternativa a esta "racionalidad" a la maximización del ingreso bruto obtenido. El criterio de máximo beneficio representa la voluntad de establecer la cantidad de producción que hace máxima la diferencia entre los ingresos por producción-venta y los costos de producción, de obtener, por lo tanto, un ingreso neto de dinero por concepto de esa diferencia. Niveles de producción diferentes a aquel óptimo significarán menores ingresos netos, ya sea que dichos niveles sean mayores o menores al óptimo. Representemos adecuadamente esta racionalidad :

$$\max Ben(X)$$

El criterio de máximo ingreso bruto obtenido indica una preferencia por la participación en el mercado. Una buena forma de decir esto es:

$$\max p \cdot X$$

En algunos casos una firma puede optar por cualquiera de estos dos criterios, mientras que en otros sólo uno de los dos será asequible. El lector comprenderá esto mejor a medida que avance en la revisión de este capítulo.

Tecnología para la producción: la función de producción

La tecnología requerida para la producción de un bien es una cuestión bastante tangible. Es decir, un carpintero sabrá cuántas horas-hombre le tomará producir un gabinete, así como qué cantidad de madera va a necesitar, además de electicidad, herramientas, accesorios, y demás elementos requeridos. Nosotros vamos sólo a "modelar" diferentes tecnologías, haremos supuestos tecnológicos. La finalidad de ello es determinar la actitud de la firma frente a cualquier conjunto de supuestos tecnológicos. Las cantidades de cada uno de los elementos involucrados en la producción serán llamadas "inputs", y la cantidad de producto resultante, "output". El valor de un input será escrito como L. Ejemplos de modelos de funciones de producción serían los siguientes :

1. $X = L$
2. $X = 2L$
3. $X = L^2$
4. $X = L_1 + L_2$
5. $X = 2L_1 + 3L_2$
6. $X = L^{1/2}$
7. $X = L_1^{1/4} \cdot L_2^{1/4}$
8. $X = a \cdot L^2 + b \cdot L + c$

En cada caso, determinados inputs producen un output o cantidad de producto. Por ejemplo, en la función 1, un input de diez daría como resultado la producción de diez unidades de bien; en la función 2, el mismo input nos da veinte unidades; en la 3, cien; y en la 6, 3.1623 unidades, aproximadamente.

El rendimiento en el margen

Antes vimos que el análisis marginal daba buenos resultados en la determinación de la dirección de las decisiones de los agentes económicos. Ello también será válido aquí. Llamaremos rendimiento en el margen o rendimiento marginal al aumento del nivel de producción que se produce como resultado de un incremento en el input. Interesa saber si, a medida que aumentamos el output, el rendimiento marginal aumenta o disminuye. Ilustremos esto: la función 1 del ejemplo de la sección anterior tiene un rendimiento en el margen constante. Supongamos un input de diez unidades. Luego, obtendremos un output de diez. Si aumentamos en una unidad el input, el output crece en una unidad también (de diez a once). Si aumentamos otra unidad en el input, el output crece en la misma cantidad en que creció en el momento anterior, es decir, en una unidad. El rendimiento de cada unidad de este input único (no hay otros) es igual a uno, sin importar si el nivel de output es diez u once (y, como puede comprobar el lector, esto es válido para cualquier valor del output). Para la función dos, esto también es válido : un incremento del input en uno para el output de veinte tiene el mismo rendimiento que un incremento del input en uno para el output de veintidós, el rendimiento marginal de una unidad en el input es constante e igual a dos. La función 3 no comparte esta cualidad. El rendimiento de una unidad adicional en un output de cien es de veintiuno (11^2-10^2=21). El rendimiento de una unidad adicional en un output de cientoveintiuno es de veintitrés (12^2-11^2=23). Si el output o el input aumentan (si aumenta uno es porque aumenta el otro), el rendimiento marginal aumenta (vemos que si el input sube en una unidad a trece, el rendimiento marginal de cada unidad será de veinticinco). En este caso, decimos que el rendimiento marginal es creciente. Veamos ahora lo que ocurre con la función 6. Si incrementamos el input en una unidad, el incremento del output será de 3.3162 menos 3.1623, o sea de 0.1539 unidades (o, si se quiere, de quince centésimos y treintainueve diezmilésimos). Si aumentamos el input en una unidad más, el rendimiento marginal del input será de 3.4641 menos 3.3162, o sea de 0.1479 unidades (catorce centésimos y setentainueve diezmilésimos). Si seguimos aumentando el input, el rendimiento decaerá. ¿Será negativo en algún momento? No para la función 6. El rendimiento marginal será nulo sólo en el infinito, por lo que no llegará nunca a ser negativo. Otras funciones sí podrán tener un rendimiento negativo en algún momento, pero por ahora no nos ocuparemos de ellas.

Factores e insumos

Démosle un nombre al "elemento requerido" gracias al cual es posible producir el bien. Pero primero distingamos dos tipos de elementos requeridos : Por un lado están los insumos, elementos que tendrán presencia en el bien, finalizada la producción de éste. Considerando un pastel, los insumos vendrían a ser los huevos, la harina y el azúcar que forman parte del bien una vez que ha sido producido. Los factores son, en cambio, las energías y artefactos que permiten producir al bien sin pertenecer a él. En el caso del pastel serán los moldes, el horno y la batidora que ayudaron a la preparación de él. Los "L" que vimos en los ejemplos de funciones de producción pueden ser, luego, tanto factores como insumos. No haremos en la exposición de las fúrmulas que siguen una distinción entre factores e insumos. Por lo tanto, L será llamado a partir de ahora "factor". Nos hubiera agradado utilizar el término "input" pero ya le hemos dado la atribución de representar las cantidades y no la naturaleza de los elementos requeridos

El costo de producción

El producir un cierto nivel de output requerirá de la utilización de un determinado nivel de inputs. Cada input posee un valor unitario o precio del factor. Llamemos w al pago que recibe el factor. En las funciones de producción de un solo factor, entonces:

$$C(X) = w \cdot L$$

Pero X es una función de L,:

$$X = Q(L)$$

Entonces, L es una función inversa de X (sólo trabajaremos con funciones invertibles, es decir, de correspondencia uno a uno entre la variable y la función):

$$L = Q^{-1}(X) = R(X)$$

O sea que:

$$C(X) = w \cdot R(X)$$

Es decir que el costo de producir un output determinado es función del mismo output. Para el caso de varios factores:

$$C(X) = \sum_{i=1}^{i=m} w_i \times L_i$$

En las secciones correspondientes mostraremos la forma que toma la función C(X).

Alternativas para ser precio-aceptante

Una consecuencia de utilizar el beneficio como criterio de decisión es el formular el siguiente problema:

$$\max Ben(X)$$

es decir:

$$\max(p \cdot X - C(X))$$

Ben(X) hallará su máximo valor cuando la derivada matemática de él se haga cero:

$$\frac{\partial Ben(X)}{\partial X} = 0$$

es decir:

$$\frac{\partial p \cdot X}{\partial X} - \frac{\partial C(X)}{\partial X} = 0$$

Como el precio *p* no depende de X, obtenemos:

$$p = \delta C(X) / \delta X$$

A la función $\delta C(X)/\delta X$ le vamos a llamar "costo marginal" de X, o CMg(X). El criterio de determinación del volumen de producción descrito se llamará así "criterio del costo marginal". La idea que surge de este análisis es que uno deberá de producir un output de X siempre que el costo marginal correspondiente a ese output sea igual al precio.

Veamos ahora el "criterio del costo medio". La idea detrás de este razonamiento es que lo que nos interesará siempre será, sin importar si conseguimos o no beneficio, por lo menos cubrir nuestros costos de producción. Así , aceptaremos como mínimo un beneficio de cero (es decir sin ganancias pero sin pérdidas) :

$$B(X) = 0$$

o lo que es lo mismo :

$$p.X = C(X)$$

Despejando el valor del precio :

$$p = C(X) / X$$

A C(X) / X le denominaremos el costo medio de X o Cme(X). Entonces, una firma producirá siempre que p sea mayor o igual a Cme(X). Determinará esta empresa un volumen de producción de X tal que el costo medio de producir ese X sea igual al precio de mercado para el bien.

Ya es tiempo de decir algo sobre la relación entre ambas formulaciones, por lo que afirmaremos que el criterio del costo marginal será válido siempre que se haya satisfecho el criterio del costo medio.

Recordemos la función 6 de nuestro anterior ejemplo. En el caso de ella, para todo valor no nulo del output, será cierto que el costo marginal de cualquier nivel de X será mayor al costo medio respectivo. En cambio, lo inverso es válido para la función 3 : todo output no nulo tendrá un costo marginal inferior a su costo medio. Las funciones 1 y 2 poseen costos marginales que son iguales en todo momento a sus costo medios. El único caso en que sería un grave error tomar el criterio del costo marginal y no el del costo medio para la decisión del volumen de producción de la empresa, sería el de la firma con una función como la 3, ya que ni siquiera cubriría sus costos de operación (generaría pérdida) si produjera la cantidad de bien que corresponde a un costo marginal igual al precio de mercado.

Funciones de un solo factor

Relación entre los rendimientos marginal y medio del factor y costos marginales y medios del producto

Como dice el título, lo primero que aquí nos interesa es establecer una relación entre el rendimiento marginal de un factor y el costo marginal de producción del bien que gracias a aquél se obtiene.

El costo marginal del producto:

$$CMg(X) = w \times \frac{\partial L}{\partial X}$$

El rendimiento marginal del factor (RMg(L)):

$$RMg(L) = \frac{\partial X}{\partial L}$$

Si el rendimiento marginal del factor aumenta, el costo marginal del producto disminuye. Será indistinto el llamar a una función de costo marginal creciente o de rendimiento marginal decreciente, así como llamar a otra de costo marginal decreciente o de rendimiento marginal decreciente. Lo mismo es válido para una función de costo marginal constante. Económicamente hablando, nos interesa analizar las características de los procesos evaluando cuánto más o menos nos habrá de costar algo. No obstante, como entendemos que este carácter económico deriva, al menos en este caso, de cuestiones que le trascienden, por ser de tipo físico, describiremos a las funciones de producción según sus comportamientos tecnológicos puros, razón por la que los títulos de las siguientes subsecciones hacen alusión al rendimiento y no a la forma de los costos.

Antes de proseguir, expongamos la expresión siguiente:

$$CMg(X) \times RMg(L) = w$$

La relación se explica por sí sola. Si fuese cierto que el precio y el costo marginal al igualarse dan una buena regla para la toma de decisiones:

$$RMg(L) = \frac{w}{p}$$

Al término w / p se le conoce como salario real (toda variable fraccionaria cuyo denominador es el precio recibe el nombre que tiene su numerador además del calificativo "real"). El rendimiento marginal de un factor será por tanto equivalente al salario real de ese factor, una vez realizado el proceso de decisión del nivel de output.

Del costo medio del producto podemos decir:

$$CMe(X) = w \times \frac{L}{X}$$

y del rendimiento medio del factor:

$$RMe(L) = \frac{X}{L}$$

Entonces:

$$CMe(X) \times RMe(L) = w$$

<u>Rendimiento marginal constante</u>

La función que vamos a utilizar aquí tendrá la siguiente forma:

$$X = \gamma \times L$$

γ es sólo un parámetro tecnológico que multiplica el poder del input. La función de costos será:

$$C(X) = w \times \frac{X}{\gamma}$$

El costo así obtenido tiene la cualidad de que su costo marginal correspondiente (la derivada matemática de la función de costos) es constante :

$$\frac{\partial C(X)}{\partial X} = \frac{w}{\gamma}$$

recordemos que ni *w* ni γ dependen de X, por lo que la derivación les toma como términos constantes. Podemos usar el criterio del costo marginal, ya que sabemos que éste es constante y que por lo mismo será igual al costo medio. Comprobémoslo

$$\frac{C(X)}{X} = \frac{w}{\gamma}$$

Diremos entonces que:

$$p = \frac{w}{\gamma}$$

será una buena señal para la producción. Esto nos deja en una gran indefinición, pues cualquier valor de X puede cumplir con este requisito que solo depende del valor del parámetro γ y del costo unitario de los factores. Como sólo tenemos un valor para p, debemos prepararnos para el caso en que p difiera de (w/γ). Si p es mayor que w/γ habrá beneficios mayores a los que aparecían originalmente. Si p es menor a w/γ, en cambio, los beneficios serán menores. Entonces, produciremos cualquier nivel de X siempre que:

$$p \geq \frac{w}{\gamma}$$

<u>Rendimientos decrecientes a escala, o rendimiento marginal decreciente</u>

Utilizaremos la función:

$$X = \gamma \times L^{\alpha}$$
$$\alpha \in \left]0,1\right[$$

El costo marginal de esta función es superior a su costo medio :

$$CMg = \left(\frac{1}{\alpha}\right) \cdot \left(\frac{w \cdot X^{\frac{1}{\alpha}-1}}{\gamma^{1/\alpha}}\right)$$

$$CMe = \left(\frac{w \cdot X^{\frac{1}{\alpha}-1}}{\gamma^{1/\alpha}}\right)$$

pues (1/α) es mayor que uno. Deberemos aplicar el criterio del costo marginal, si queremos obtener máximo beneficio. Por medio de este criterio, obtendremos el siguiente precio-señal:

$$p = \left(\frac{1}{\alpha}\right) \cdot \left(\frac{w \cdot X^{\frac{1}{\alpha}-1}}{\gamma^{1/\alpha}}\right)$$

el que nos indica que al ver un precio p en el mercado, nos conviene producir una cantidad como:

$$X = \gamma^{\frac{1}{1-\alpha}} \cdot \left(\frac{\alpha \cdot p}{w} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$

Por ejemplo, si α=½:

$$X = \frac{\gamma^2 \cdot p}{2w}$$

Podremos producir como máximo, si no queremos incurrir en pérdida, lo siguiente:

$$X_{\max} = \frac{\gamma^2 \cdot p}{w}$$

<u>Rendimiento marginal creciente</u>

Como ya dijimos, siempre es necesario que se cubran los costos si no se quiere caer en pérdida. Ello implica que cualquier precio al que respondamos deberá ser mayor o igual a nuestro costo medio. En el caso de la función con rendimiento marginal creciente resulta que el costo marginal es decreciente. Nosotros vamos a utilizar una función como la siguiente:

$$X = \gamma \times L^{\alpha}$$
$$\alpha > 1$$

El costo marginal de esta función es inferior a su costo medio. Nosotros sabemos, porque ya lo vimos antes, que:

$$CMg = \left(\frac{1}{\alpha} \right) \cdot \left(\frac{w \cdot X^{\frac{1}{\alpha}-1}}{\gamma^{1/\alpha}} \right)$$

$$CMg = \left(\frac{w \cdot X^{\frac{1}{\alpha}-1}}{\gamma^{1/\alpha}} \right)$$

pero aquí (1 / α) es menor que uno. Eso verifica lo afirmado. Tendremos que aplicar el criterio del costo medio, si queremos por lo menos cubrir nuestros costos de operación. Por medio de este criterio, obtendremos el siguiente precio-señal:

$$p = \left(\frac{w \cdot X^{\frac{1}{\alpha}-1}}{\gamma^{1/\alpha}} \right)$$

el que nos indica que al ver un precio p en el mercado, nos conviene producir una cantidad como:

$$X = \gamma^{\frac{1}{1-\alpha}} \cdot \left(\frac{p}{w} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$

Por ejemplo, si α=2:

$$X = \gamma^{-1} \cdot \left(\frac{p}{w} \right)^{-2}$$

que equivale a:

$$X = \frac{w^2}{\gamma \cdot p^2}$$

Y esto es lo máximo que podremos producir. El criterio del costo marginal es absolutamente irrelevante aquí.

Funciones de varios factores

A continuación veremos algunos tipos de funciones de producción que utilizan más de un factor.

<u>Perfecta sustituibilidad y rendimiento marginal constante</u>

La función que nos interesa es:

$$X = \sum_{i=1}^{i=m} (\gamma_i \times L_i)$$

Lo cierto es que sólo vamos a usar el L_j cuya razón (α/w) sea máxima. Primero construimos la serie $S_{\gamma/w}$:

$$S_{\gamma/w} = \left\{ \frac{\gamma_1}{w_1}, \frac{\gamma_2}{w_2}, \ldots, \frac{\gamma_m}{w_m} \right\}$$

Y luego buscamos:

$$\frac{\gamma_j}{w_j} = \max\left(S_{\gamma/w} \right)$$

Encontrado el elemento *j*, reescribiremos nuestra función de producción como:

$$X = \alpha_j \,.\, L_j$$

Podemos notar que la formulación de la función de costos C(X) es realmente directa, puesto que, al ser necesario eliminar a los factores relativamente ineficientes, sólo consideraremos un factor en la función producción, el mismo que tendrá un rendimiento marginal constante. La función de costos será:

$$C(X) = w \,.\, (X / \alpha_j)$$

Recordando lo visto en la sección sobre un solo factor de rendimiento marginal constante, tendremos que :

$$p >= w / \alpha_j$$

será una buena señal para la producción.

<u>Perfecta complementariedad y rendimiento marginal constante</u>

Nos centraremos en esta función:

$$X = \min \{\alpha_i \,.\, L_i \}$$

El costo será:

$$C(X) = \Sigma(w_i \,.\, L_i)$$

Pero en el óptimo:

$$L_i = X / \alpha_i$$

Entonces :

$$C(X) = X \cdot \Sigma(w_i / \alpha_i)$$

Como se ve, es realmente sencillo encontrar la función de costos en este caso, ya que, al ser todos los factores perfectamente complementarios, todos los inputs tienen un ancla en el nivel de output, de modo que el reemplazo en la estructura de costos original es directo.
La función de costos es igual al producto de una constante por el nivel de output. Podemos afirmar entonces que el costo marginal del producto es constante, y que siempre va a ser igual a su costo marginal. El lector lo puede comprobar si lo desea. Lo cierto es que :

$$\delta C(X) / \delta X = \Sigma(w_i / \alpha_i)$$

$$C(X) / X = \Sigma(w_i / \alpha_i)$$

por lo que el precio mínimo señal para la producción será :

$$p >= \Sigma(w_i / \alpha_i)$$

Esto equivale a decir que si se cubre ese nivel de costo agregado unitario (del producto), no se incurrirá en pérdida si se decide producir-vender el bien. Si la desigualdad es estricta, incluso se obtendrá un beneficio no nulo.

<u>Sustituibilidad imperfecta (o complementariedad imperfecta) y rendimiento marginal no creciente</u>

Al igual que en el caso de la función de rendimientos decrecientes de un solo factor, recurriremos al criterio del costo marginal. Debemos de obtener un beneficio máximo :

$$\max B(X)$$

$$B(X) = (p.X - C(X))$$

$$C(X) = \Sigma w_i.L_i(X) \quad (P2)$$

Primero resolveremos el problema:

$$\max B(L_j)$$

$$B(L_i) = (p.X(L_i) - C(X(L_i)))$$

$$C(X(L_i)) = \Sigma w_i.L_i \quad (P2.1)$$

Al momento de resolver el problema (P2.1), haciendo la derivada del beneficio igual a cero, obtenemos:

$$p.\delta X/\delta L_i = w_i$$

o lo que es lo mismo:

$$(\delta X/\delta L_i)/w_i = 1/p$$

Entonces, para cualquier par de índices i, j, tales que $i \neq j$, será válido:

$$(\delta X/\delta L_i)/w_i = (\delta X/\delta L_j)/w_j$$

Esto nos lleva a la siguiente expresión:

$$w_i.L_i/\alpha_i = w_j.L_j/\alpha_j$$

o

$$L_i = ((w_j / \alpha_j) / (w_i / \alpha_i)).L_j \quad (5)$$

Con lo que, fijando a j , la función de producción puede reescribirse:

$$X = A.\Pi((w_j / \alpha_j) / (w_i /\alpha_i))^{\alpha i}. L_j^{\ \alpha i}$$

$$X = A.L_j^{\Sigma(\alpha i)}.(w_j / \alpha_j)^{\Sigma(\alpha i)}.\Pi(\alpha_i / w_i)^{\alpha i} \quad (6)$$

Si despejamos L_j, tenemos:

$$L_j = (X/A)^{1/\Sigma(\alpha i)}.(\alpha_j/w_j)\Pi(w_i/\alpha_i)^{\alpha i/\Sigma(\alpha i)} \quad (7)$$

De (5) la función de costo se puede escribir así:

$$C(X) = (w_j /\alpha_j).\Sigma\alpha_i .L_j \quad (8)$$

De (8) y (7), tenemos:

$$C(X) = (w_j/\alpha_j)(\Sigma\alpha_i). (X/A)^{1/\Sigma(\alpha i)}.(\alpha_j/w_j) . \Pi(w_i/\alpha_i)^{\alpha i/\Sigma(\alpha i)}$$

$$C(X) = (\Sigma\alpha_i). (X/A)^{1/\Sigma(\alpha i)}. \Pi(w_i/\alpha_i)^{\alpha i/\Sigma(\alpha i)} \quad (9)$$

Volvamos al problema (P2). Al resolverlo, obtenemos:

$$p = \delta C(X)/\delta X \quad (10)$$

Podemos obtener la expresión de $\delta C(X)/\delta X$ de (9):

$$\delta C(X)/\delta X = (1/A^{1/\Sigma(\alpha i)}).\Sigma(\alpha_i).(1/\Sigma\alpha_i).\ \Pi(w_i/\alpha_i)^{\alpha i/\Sigma(\alpha i)}.\ X^{(1/\Sigma(\alpha i)\ -\ 1)}$$

$$\delta C(X)/\delta X = (1/A^{1/\Sigma(\alpha i)})\ .\ \Pi(w_i/\alpha_i)^{\alpha i/\Sigma(\alpha i)}.\ X^{(1/\Sigma(\alpha i)\ -\ 1)} \qquad (11)$$

De (10) y (11), tenemos:

$$p = \delta C(X)/\delta X = (1/A^{1/\Sigma(\alpha i)})\ .\ \Pi(w_i/\alpha_i)^{\alpha i/\Sigma(\alpha i)}.\ X^{(1/\Sigma(\alpha i)\ -\ 1)} \qquad (12)$$

por ello, escogeremos un X tal como :

$$X = [\ p\ /\ [(1/A^{1/\Sigma(\alpha i)})\ .\ \Pi(w_i/\alpha_i)^{\alpha i/\Sigma(\alpha i)}\ ]\ ]^{\ (\Sigma\alpha i/\ (1\ -\ \Sigma\alpha i)\ )}$$

Por ejemplo, si:

$$X = L_1^{\ 1/4}\ .\ L_2^{\ 1/4}$$

resultaría que:

$$p = 4\ .\ (w_1\ .\ w_2\ )^{1/2}\ .\ X$$

sería la regla. Si vemos un precio como p, debemos responder con un volumen de producción como:

$$X = (p\ /\ 4)\ .\ (1\ /\ ((w_1\ .\ w_2\ )^{1/2}\ )\ )$$

La empresa como demandante

La empresa requiere de comprar ciertos elementos para la producción. A ellos les hemos llamdo factores. Toda oferta incluye entonces una demanda. A continuación presentamos un modelo de demanda derivada por el factor trabajo y otro estrechamente relacionado a éste pero que busca enfrentar al empresario a la eventualidad de no poseer nada de dinero como capital de trabajo, por lo que tendrá que obtener al mismo en calidad de préstamo (y, por supuesto, pagar un interés).

Un modelo para la demanda de trabajo

Si un productor utiliza una tecnología como X igual a $A.L^{\alpha}$, donde α está entre cero y uno, vimos que producía un X tal como :

$$X = A^{1/(1\ -\ \alpha)}\ .\ (\ (\alpha\ .\ p)\ /\ w\ )^{\alpha/(1\ -\ \alpha)}$$

pero como L es igual a $(X/A)^{1/\alpha}$:

$$L = A^{-1/(1-\alpha)} . ((\alpha . p) / w)^{1/(1-\alpha)}$$

A medida que aumenta el precio de trabajo (w) disminuye la cantidad deseada de trabajo. Luego, L es la demanda de trabajo que tiene la empresa.

Un modelo para la demanda de fondos financieros

Si no tenemos el dinero necesario para comprar el factor, podemos pedirlo prestado. Tendremos que pagar luego el monto necesario para el pago de factores además de un interés. El problema se transforma en :

$$\max B(X) = p.X - (1 + i).(w.L(X))$$

porque registramos el incremento en el costo por concepto del pago de ese interés. Nuestra demanda del factor va a ser ahora :

$$L = A^{-1/(1-\alpha)} . ((\alpha . p) / (w . (1 + i)))^{1/(1-\alpha)}$$

Lo que queremos saber es cuánto dinero necesitaremos. Para ello bastará con multiplicar este volumen de demanda física por el precio del factor :

$$S = w . L = w . A^{-1/(1-\alpha)} . ((\alpha . p) / (w . (1 + i)))^{1/(1-\alpha)}$$

La demanda por fondos financieros S depende en forma inversa de la tasa de interés.