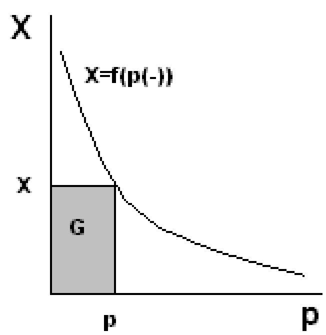
Consumidores y Demanda

Augusto Rufasto
arufast@yahoo.com-rufasto@lycos.com
www.geocities.com/arufast-http://rufasto.tripod.com

Introducción

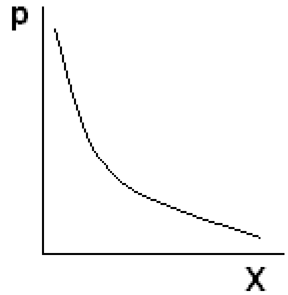
Una función de demanda relaciona la cantidad de artículos que los consumidores desean comprar en relación a los diferentes precios que pueden ser asignados a un producto. Gráficamente:



Esta función muestra que a medida que los precios suben, los compradores están dispuestos a adquirir menos artículos. Un ejemplo sencillo de la función de demanda viene dado por la siguiente situación: "Pedro dispone de 100 soles para comprar toda el azúcar que pueda". En tal caso, p×X tiene que ser igual a 100 soles. Entonces, si el kilo de azúcar costara un sol, Pedro podría comprar 100 kilos. Si el kilo costara 2 soles, sólo podría comprar 50 kilos. Si el kilo costara 2.50, sólo podría comprar 40 kilos. La relación existente entre p y X=f(p) sería X=100/p. La gráfica de esta relación es una hipérbola equilátera. La estructura de esta gráfica coincide con la gráfica de demanda que acabamos de ver. El área del rectángulo G corresponde al valor total del gasto en consumo.

Representación gráfica usual en teoría económica

Como nota importante, debemos decir que en análisis económico se recurre con frecuencia a la siguiente representación gráfica:



Esta representación es útil para que el analista observe al precio como una función del nivel de compras. El precio máximo que los compradores estarán dispuestos a pagar dependerá de la cantidad de artículos que se negocien en el mercado.

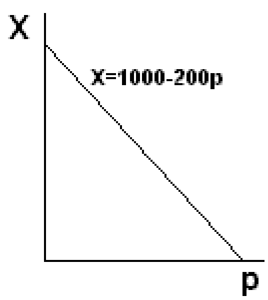
Nuestro análisis podrá hacer uso de la primera presentación (cantidad en función del precio) o de la segunda (precio en función de la cantidad), de acuerdo al objeto que necesitemos analizar.

Determinación de una demanda empírica por análisis econométrico

Las funciones de demanda pueden ser obtenidas por medio del análisis econométrico. En su versión primaria, el análisis econométrico consiste en el análisis estadístico por medio de técnicas de regresión lineal.

Veamos un ejemplo. Si se dispone de 300 datos diarios respecto a los precios de venta y las catidades adquiridas de limones (kilos) en un mercado determinado, un análisis de regresión lineal puede presentar la siguiente recta de ajuste:

$$X = 1000 - 200p$$



La estructura de esta recta puede ser expresada como:

$$X = X_{\max} - b \cdot p$$

El coeficiente -b representa la influencia negativa del precio sobre la cantidad de artículos que los compradores desean adquirir.

Determinación de una demanda teórica por análisis de la función de utilidad

La demanda por bienes de consumo puede ser modelada mecánicamente a la manera de una extensión simple del modelo mecánico de la utilidad del consumidor. Recordemos que se considera que la utilidad del consumidor, de acuerdo a lo establecido por las perspectivas utilitaristas del siglo XIX, puede estar adecuadamente representada por una función matemática de desempeño denominada “función de utilidad”. Tal función de utilidad, representada como U(X), muestra que si X es una canasta o combinación (o, en términos matemáticos, un vector) cuyos componentes (*n* en total) son valores que miden el valor de todo lo consumido por un individuo en relación a los *n* diversos bienes que siempre consume, entonces el output de esta función será un valor U, una magnitud que reflejará el valor de satisfacción, placer, bienestar o utilidad que recibe el individuo como resultado de la combinación de la canasta (o vector) X.

La extensión de modelo del consumidor genera un modelo de la demanda de bienes de consumo. El procedimiento subyacente es un proceso de optimización. El consumidor posee un total de I dólares. El gasto en consumo tomará la forma de una función G(X,p), ya que el gasto dependerá de lo que el individuo desee comprar y de los precios vigentes en el mercado. Este modelo mecánico establece que el individuo debe programar una optimización de la siguiente forma:

$$\max U(X)$$
s.a.:
$$G(X,p) \leq I$$

La función G(X,p) tiene la forma siguiente:

$$G(X,p) = p_1 \times X_1 + p_2 \times X_2 + \ldots + p_n \times X_n$$

Claramente, se ve que es necesario multiplicar cada cantidad comprada (X) por el precio del artículo en cuestión (p), para luego sumar todos esos productos matemáticos. Lo anterior puede ser expresado de una forma más corta:

$$G(X,p) = \sum_{i=1}^{i=n} p_i \times X_i$$

Supongamos que el consumidor no tiene influencia sobre los precios de los artículos que consume, y que él estima que los precios se mantendrán invariables por lo menos hasta que él realice sus compras. En tal caso, él puede decir que los valores *p* de los precios no serán variables matemáticas de la función de gasto. Matemáticamente, esto será considerado cambiando la expresión del gasto a G(X):

$$G(X) = \sum_{i=1}^{i=n} p_i \times X_i$$

¿Qué paso con la *p* del operador de gasto? El precio p no es una variable de decisión para el consumidor, sino que constituye un parámetro de su problema. Cosecuentemente, la serie de precios desaparece de la declaración de variables decisión en la función de gasto.

El individuo debe resolver el siguiente problema de asignación óptima de sus I dólares:

$$\max U(X)$$
s.a.:
$$G(X) \leq I$$

Obtención de la función teórica de demanda: el caso de una estructura Cobb-Douglas

La formulación matemática del problema del consumidor permite construir una función teórica de demanda. A modo de ejemplo, usaremos una función de utilidad con estructura Cobb-Douglas:

$$\max U(X) = \prod_{i=1}^{i=n} X_i^{\beta_i}$$
s.a.:
$$G(X) = \sum_{i=1}^{i=n} (p_i \cdot X_i) \leq I$$
$$\forall i \in \{1,\dots,n\} \beta_i \in \left]0,1\right[, \sum_{i=1}^{i=n} \beta_i \in \left]0,1\right[$$

Dicha expresión representa un problema de optimización. El primer renglón alude a la búsqueda del máximo valor de una función, que en el caso del problema del consumidor consiste en una función que mide el bienestar. El segundo renglón se refiere a una función de gasto que dependerá de la cantidad consumida de bienes económicos, y que no deberá exceder en valor a la disponibilidad del recurso monetario del consumidor.

Construimos la función Lambda (Λ):

$$\Lambda(X) = U(X) - \rho \cdot G(X)$$

O sea:

$$\Lambda(X) = \prod_{i=1}^{i=n} X_i^{\beta_i} - \rho \cdot \sum_{i=1}^{i=n} (p_i \cdot X_i)$$

La función $\Lambda(X)$ mide la magnitud neta de bienestar, que incluye los aportes de bienestar como los costos asociados al consumo. ρ es un factor de conversión que permite llevar los costos medidos en dinero a su correspondiente valor en unidades de satisfacción. La maximización de Λ corresponde al máximo valor neto de la satisfacción alcanzada. Para alcanzar dicho valor máximo, derivamos Λ respecto a cada componente X_i , igualando el valor de la derivada a cero:

$$\frac{\partial\Lambda(X)}{\partial X_i}=\frac{\partial U(X)}{\partial X_i}-\rho\cdot\frac{\partial G(X)}{\partial X_i}=0$$

Las expresiones de las derivadas de U(X) y de G(X) son las siguientes:

$$\frac{\partial U(X)}{\partial X_i}=\frac{\beta_i\cdot U(X)}{X_i}$$

$$\frac{\partial G(X)}{\partial X_i}=p_i$$

Esto nos lleva a generar las siguientes expresiones:

$$\frac{\beta_i\cdot U(X)}{X_i}=\rho\cdot p_i$$

$$p_i\times X_i=\frac{\beta_i\cdot U(X)}{\rho}$$

Si gastamos todo nuestro dinero, llegamos a la siguiente expresión:

$$G(X)=\sum_{i=1}^{i=n}(p_i\times X_i)=I$$

Conociendo el valor de p_i y X_i , y aplicando el operador de sumatoria, tenemos:

$$\sum_{i=1}^{i=n}p_i\cdot X_i=\frac{\left(\sum_{i=1}^{i=n}\beta_i\right)\cdot U(X)}{\rho}=I$$

Despejando para un componente cualquiera con subíndice j, tenemos::

$$p_j\times X_j\leq s_j\times I$$

[Gasto máximo en compra de bienes]

donde s_j será la importancia o peso del componente de consumo X_j en la función de utilidad U(X). La importancia es expresada así:

$$s_j = \frac{\beta_j}{\sum_{i=1}^{i=n} \beta_i}$$

Como de costumbre, nos interesa la cota superior de esta relación. Para una serie de problemas tipo, será válido afirmar lo siguiente:

$$p_j \times X_j = s_j \times I$$

[Ecuación de la Demanda de Bienes Medianamente Sustitutos]

Lo que nos dice que la voluntad de compras de cualquier artículo j-ésimo de la canasta corresponde a un gasto que es menor o igual a una proporción s_j (la importancia o peso, que sabemos que está entre 0% y 100%) de la disponibilidad monetaria I. Llamamos a esta relación la Ecuación de la Demanda de Bienes Medianamente Sustitutos.

En el caso de que un modelo deba ser usado para determinar el número de artículos *i* comprados por un individuo, y que se disponga de información completa sobre preferencias de consumo, sobre disponibilidad de dinero y sobre el precio del artículo, el valor del número de artículos comprados será:

$$X_j = \frac{s_j \times I}{p_j}$$

[Número de artículos de tipo MS comprados]

Para analizar problemas de negociación (del tipo que se presentan en Teoría de Juegos), es útil decir lo siguiente: el precio por unidad comprada que un individuo estará dispuesto a pagar por una cantidad X_i de artículos *j* nunca será mayor a un monto calculado como:

$$p_j \leq \frac{s_j \times I}{X_j}$$

[Precio unitario máximo que pagaría un comprador por un *batch* de tamaño X_j de bienes MS]

Por lo que puede verse, la modelación mecánica del problema de la demanda de bienes ofrece perspectivas respecto al gasto en consumo, al número de las unidades compradas y al precio de negociación de la compra de los artículos.

Obtención de la función teórica de demanda: el caso de una estructura Leontieff

Para completar el enfoque de modelación mecánica de la demanda, veamos qué sucede si los artículos de consumo son complementarios perfectos (bienes tipo CP). En tal caso, la función U(X) tendrá una estructura Leontieff:

$$U(X) = \min\{\beta_1 \times X_1, \beta_2 \times X_2, \ldots, \beta_i \times X_i, \ldots \beta_n \times X_n\}$$

Resulta del análisis una relación como la siguiente:

$$X_j = \frac{I}{\beta_j \times \sum_{i=1}^{i=n} \frac{p_i}{\beta_i}}$$

[Número de artículos de tipo CP comprados]

Elasticidad de demanda: elasticidad del consumo respecto al precio

Usando la fórmula que ya conocemos para el tratamiento de la elasticidad, tenemos las siguientes expresiones para el caso de la sensibilidad de la demanda respecto al precio:

$$\eta_{X,p} = \frac{D_{X,p}}{M_{X,p}}$$

$$\eta_{X,p} = \frac{\partial \ln(X)}{\partial \ln(p)}$$

De este modo, cuando el precio varíe en un determinado porcentaje $\Delta\% p$, la cantidad demandada lo hará en un $\Delta\% X$ igual a:

$$\Delta\% X = \eta_{X,p} \cdot \Delta\% p$$

El cálculo de la elasticidad cantidad-precio puede ser realizado sobre una función teórica o empírica de demanda. Para el caso de la demanda empírica, tenemos la siguiente expresión de la elasticidad:

$$\eta_{X,p} = \frac{\frac{\partial X}{\partial p}}{\frac{X}{p}} = \frac{-b}{\frac{X_{\max} - b \cdot p}{p}} = \frac{-b \cdot p}{X_{\max} - b \cdot p}$$

Elasticidad del ingreso por ventas de las empresas respecto al precio de ventas de un artículo

Las empresas venden sus productos en el mercado. El dinero que los consumidores gastan en el mercado es lo que entra por concepto de ventas a la empresa. En tal sentido, el ingreso de las empresas (IN) es igual al gasto de los consumidores (G), y todo esto es igual a la multiplicación de precio por cantidad negociada:

$$IN = G = p \cdot X$$

Ahora vamos a construir el indicador de elasticidad del ingreso de empresas (gasto de consumidores) respecto al precio:

$$\eta_{IN,p} = \frac{\frac{\partial IN}{\partial p}}{\frac{IN}{p}} = \frac{\frac{\partial (p \cdot X)}{\partial p}}{\frac{p \cdot X}{p}} = \frac{\frac{\partial X}{\partial p}}{\frac{X}{p}} + 1$$

Es decir:

$$\eta_{IN,p} = \eta_{X,p} + 1$$

De este modo, cuando el precio varíe en un determinado porcentaje $\Delta\% p$, el gasto en consumo y el ingreso por ventas de la empresa lo harán en un $\Delta\% IN$ igual a:

$$\Delta\% IN = \eta_{IN,p} \cdot \Delta\% p$$

Veamos ahora un desarrollo de la variación porcentual del ingreso de las empresas Δ%IN:

$$\Delta\% IN = (\eta_{X,p} + 1) \cdot \Delta\% p = \eta_{X,p} \cdot \Delta\% p + \Delta\% p$$

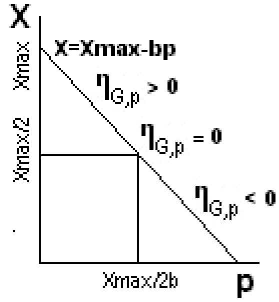
El primer término del segundo miembro de la relación matemática es igual a Δ%X. Reemplazando y reacomodando, tenemos:

$$\Delta\% IN = \Delta\% G = \Delta\% p + \Delta\% \mathrm{X}$$

Analicemos ahora los ingresos de la empresa en el caso de que ésta enfrente una demanda lineal. La elasticidad de su ingreso por ventas tomará la forma siguiente:

$$\eta_{IN,p} = \eta_{G,p} = \frac{X_{\max} - 2bp}{X_{\max} - bp}$$

Para que la elasticidad tenga valor positivo, se requiere que el precio sea menor a $X_{max}/2b$. Véase el gráfico correspondiente:



En la zona positiva de la elasticidad, un aumento de precio genera más gastos a los consumidores, es decir, más ingresos por ventas para los vendedores. En la zona negativa, un aumento del precio de venta lleva a obtener menores ingresos por ventas. En el punto cero-elástico, los ingresos por ventas son teóricamente insensibles al efecto de los precios de venta.

El gasto es invariable si la demanda tiene elasticidad unitaria

Cuando la demanda tiene elasticidad cantidad-precio de tipo unitario (o sea que su valor es igual a 1), entonces el gasto termina teniendo elasticidad cero, es decir que una demanda de elasticidad unitaria está asociada a un gasto perfectamente inelástico.

¿Cuándo aparece una demanda con elasticidad unitaria? Normalmente, esto ocurre cuando se tiene presupuestada una cantidad específica de dinero para el consumo de los artículos que nos interesan. Si los precios bajan, compramos más, y si los precios suben, compramos menos. Ello es lo normal en cualquier función de demanda, pero una demanda con elasticidad unitaria responde con precisión a los cambios en precios. Por ejemplo, si el precio sube en 5%, nosotros compraremos un monto físico de unidades (artículos) 5% menor al original. En el caso de una demanda con elasticidad unitaria, sucederá lo siguiente:

$$\Delta\% X = -\Delta\% p$$

Si el precio bajara en 5%, nosotros aumentaríamos nuestro consumo en 5%. La variación porcentual del gasto siempre sería cero. Recordemos que esta variación responde a la expresión:

$$\Delta\% G = \Delta\% p + \Delta\% \mathrm{X}$$

La cual se transforma, en el caso de la demanda de elasticidad unitaria, en:

$$\Delta\% G = \Delta\% p + -\Delta\% p = 0$$

Con lo que queda probado que la demanda de elasticidad cantidad-precio unitaria tiene elasticidad gasto-precio 0, mostrando ser perfectamente inelástico el gasto frente a variaciones en los precios. En este tipo de situación, la empresa no gana ni pierde ingresos cuando modifica sus precios, ya que los consumidores van a mantener siempre el mismo nivle de gasto: si sube el precio, compran menos artículos hasta cubrir el monto presupuestado, y si baja el precio, compran más artículos, sin dejar excedentes de dinero sin gastar.